



SALGÓTARJÁNI MADÁCH IMRE GIMNÁZIUM

3100 Salgótarján, Arany János út 12.

OM azonosító: 032295

Telefon: (32) 411-353 \* Fax: (32) 411-104

E-mail: [madach@madach-starjan.sulinet.hu](mailto:madach@madach-starjan.sulinet.hu)

Honlap: [www.madach-starjan.sulinet.hu](http://www.madach-starjan.sulinet.hu)

---

# HELYI TANTERV

## Matematika

**HELYI TANTERV****Matematika a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára**

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a

természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának képességét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanuláshoz szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A

matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

	<b>A tantárgy heti óraszám</b>	<b>A tantárgy éves óraszám</b>
<b>9. évfolyam</b>	3	108
<b>10. évfolyam</b>	3	108
<b>11. évfolyam</b>	4	144
<b>12. évfolyam</b>	4	124

**9–10. ÉVFOLYAM**

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

Használt tankönyvek: Az OFI által fejlesztett tankönyvek, és z ehhez kapcsolódó okoskönyv.

Egyéb digitális felületek használata: pl.:([https://tka.hu/tudastar\\_kereso](https://tka.hu/tudastar_kereso); <http://tudasbazis.sulinet.hu> ; <https://www.mozaweb.hu>; <http://tananyag.geomatech.hu/>; <https://www.mateking.hu>; ; <https://matematica.hu> ; <https://zanza.tv/>, stb

A 9–10. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja 204 óra. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslata alapján határoztuk meg egyes témakörökhöz az óraszámot. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

## A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve (javasolt óraszám)	9.évfolyam óraszám	10.évfolyam óraszám
Halmazok (10)	10	
Matematikai logika (10)		10
Kombinatorika, gráfok (12)	8	4
Számhalmazok, műveletek (8)	8	
Hatvány, gyök (14)	6	8
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során (10)	8	2
Arányosság, százalékszámítás (12)	8	5
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek (18)	14	4
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek (12)		16
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok (16)	13	5
Geometriai alapismeretek (8)	7	
Háromszögek (16)	12	5
Négyszögek, sokszögek (10)	4	6
A kör és részei (10)	4	7
Transzformációk, szerkesztések (20)		18
Leíró statisztika (10)		8
Valószínűség-számítás (8)		8
<b>Összes óraszám:204 óra</b>	<b>102</b>	<b>106</b>
<b>Gyakorlás, témazárókra meghatározott óraszám:</b>	6	2

## 9. évfolyam

HALMAZOK		óraszám: 10 óra
fejlesztési feladatok, ismeretek	tevékenységek	fogalmak
<p>Halmazok megadásának különböző módjai, halmaz elemének fogalma</p> <p>Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben</p> <p>Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése</p> <p>Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése</p> <p>Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével</p> <p>Szemléletes kép végtelen halmazokról</p>	<p>Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása</p> <p>Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása</p> <p>A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján Barkochba játék</p> <p>A „végtelen szálloda” mint modell</p> <p>Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával</p>	<p>alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;</li> <li>– véges halmazok elemszámát meghatározza;</li> <li>– alkalmazza a logikai szita elvét.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;</li> <li>– halmazokat különböző módokon megad;</li> <li>– halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.</li> </ul>	



<b>MATEMATIKAI LOGIKA</b>	<b>javasolt óraszám: 0 óra</b>
A 10. évfolyamon; 9. évfolyamon előkészítés minden témakörnél	

<b>KOMBINATORIKA, GRÁFOK</b>		<b>javasolt óraszám: 8 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel</p> <p>Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban</p> <p>Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában</p> <p>Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására</p>	<p>Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával</p> <p>Geometria eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására</p> <p>Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása</p> <p>Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában</p>	<p>gráf, gráf csúcsa, gráf éle</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;</li> <li>– véges halmazok elemszámát meghatározza;</li> <li>– alkalmazza a logikai szita elvét.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot; a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</li> <li>– megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;</li> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;</li> </ul>	

SZÁMHALMAZOK, MŰVELETEK		javasolt óraszám: 8 óra
fejlesztési feladatok, ismeretek	tevékenységek	fogalmak
<p>Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata</p> <p>Tizedes törtek átírása közösleges tört alakba és viszont</p> <p>Irracionális számok szemléltetése</p> <p>Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen</p> <p>Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása</p> <p>Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokanak meghatározása</p> <p>Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése</p> <p>Valós számok adott jegyre kerekítése, gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése</p>	<p>A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek</p> <p>Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel</p> <p>Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával</p> <p>Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről</p> <p>A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása; adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata</p>	<p>racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;</li> <li>– ismer példákat irracionális számokra.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;</li> <li>– racionális számokat tizedes tört és közösleges tört alakban is felír;</li> <li>– ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;</li> <li>– a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;</li> <li>– valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.</li> </ul>	

<b>HATVÁNY, GYÖK</b>		<b>óraszám: 6 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén</p> <p>Számok normálalakja Számolás normálalak segítségével</p> <p>A négyzetgyök definíciója Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével</p>	<p>Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában. Más tantárgyakkal való kapcsolódási pontok felfedeztetése: fizika, kémia, földrajz</p> <p>Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével.</p> <p>A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás</p>	<p>hatványalap, hatványkitevő, normálalak, négyzetgyök</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát</li> <li>– ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.</li> </ul>	

<b>BETŰSKIFEJEZÉSEK ALKALMAZÁSA EGYENLETMEGOLDÁS, FÜGGVÉNYÁBRÁZOLÁS SORÁN</b>		<b>óraszám: 8 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa</p> <p>Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során</p> <p>Az <math>(a + b)^2</math>, az <math>(a - b)^2</math> és az <math>(a + b)(a - b)</math> kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)</p> <p>Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetre kiegészítéssel (egyszerű esetekben)</p> <p>Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával</p>	<p>Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvészlucikok algebrai magyarázata</p> <p>Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése</p> <p>A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése</p> <p>Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, <math>99 \cdot 101</math> típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben; 5-re végződő kétjegyű számok négyzetének gyors kiszámítása</p>	<p>összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;</li> <li>– ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;</li> <li>– átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a megtanult algebrai azonosságokat</li> <li>– tud műveleteket végezni algebrai kifejezésekkel</li> </ul>	

ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS		óraszám: 8 óra
fejlesztési feladatok, ismeretek	tevékenységek	fogalmak
<p>Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során</p> <p>Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése</p> <p>Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)</p> <p>Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből</p> <p>Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz, megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása</p>	<p>Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével</p> <p>Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével</p> <p><i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.</p> <p>Pénzügyi számítások</p>	<p>egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb</p>
<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a százalékalap, százaléérték, százalékláb, százalékpont fogalmát.</li> </ul>	
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.</li> <li>– ismeri és alkalmazza a százalékszámítást</li> </ul>	

<b>ELSŐFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETRENDSZEREK</b>		<b>óraszám: 14 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása. A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p> <p>Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete</p> <p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvvel és grafikusan</p> <p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös (egyenlő) együtthatók módszerével, grafikusan</p> <p>Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keverékes feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)</p>	<p>Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából</p> <p>Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p> <p>Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p> <p>Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata</p> <p>Nyílt végű problémák megoldása</p> <p>Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában</p> <p>Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése</p> <p>Megosztott figyelem fejlesztése: két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára)</p>	<p>alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv egyenlő együtthatók módszere</p>
<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;</li> <li>– felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;</li> <li>– egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.</li> </ul>	

<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>– ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;</li><li>– megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.</li></ul>
---	--

<b>A FÜGGVÉNY FOGALMA, FÜGGVÉNYTULAJDONSÁGOK</b>		<b>óraszám: 13 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű</p> <p>Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete</p> <p>Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése</p> <p>Függvények ábrázolása táblázat alapján</p> <p>Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására</p> <p>A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása</p> <p>Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai</p> <p>Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: <math>f(x) + c</math>, <math>f(x + c)</math>, <math>c \cdot f(x)</math>, <math> f(x) </math></p> <p>Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján</p> <p>Egyszerű függvények esetén az <math>f(x) = c</math> alapján <math>x</math> meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során</p> <p>Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása</p>	<p>Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában</p> <p>Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)</p> <p>A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)</p> <p>Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése</p> <p>Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével</p> <p>Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával</p> <p>Szöveges feladatok megoldása grafikus úton</p> <p>Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével</p>	<p>egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás</p>



<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>– képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;</li><li>– adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.</li></ul>
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>– megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;</li><li>– adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;</li><li>– táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;</li><li>– a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.</li></ul>

<b>GEOMETRIAI ALAPISMERETEK</b>		<b>óraszám: 7 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban</p> <p>Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása</p> <p>Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek</p> <p>A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete</p> <p>Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata</p> <p>Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása</p>	<p>Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése</p> <p>Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése</p> <p>Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységek (közeli) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése</p>	<p>pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;</li> <li>– felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;</li> <li>– ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.</li> </ul>	

<b>HÁROMSZÖGEK</b>		<b>óraszám: 12 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása, bizonyítása Háromszög területének kiszámítása</p>	<p>A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával</p>	<p>szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör</p>
<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;</li> <li>– kiszámítja háromszögek területét.</li> </ul>	
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását</li> </ul>	

NÉGYSZÖGEK, SOKSZÖGEK		óraszám: 4 óra
fejlesztési feladatok, ismeretek	tevékenységek	fogalmak
Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása	Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan	trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet,
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;</li> <li>– átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.</li> <li>– tudja osztályozni a konvex négyszögeket, ismeri azok tulajdonságait</li> </ul>	

<b>KÖR ÉS RÉSZEI</b>		<b>óraszám: 4 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Kör és részeinek ismerete Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása A Thalész-tétel bizonyítása</p>	<p>A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával</p>	<p>körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok</p>
<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát</li> </ul>	
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;</li> <li>– ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.</li> </ul>	

## 10. évfolyam

<b>HALMAZOK</b>	<b>javasolt óraszám: 0 óra</b>
A 9. évfolyamon szerzett ismeretek folyamatos alkalmazása a különböző témaköröknél	

<b>MATEMATIKAI LOGIKA</b>		<b>óraszám: 10 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>A matematikai bizonyítás fogalma Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis) Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben Adott állítás megfordításának megfogalmazása „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása Stratégiai és logikai játékok</p>	<p>Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában Logikai készséget fejlesztő játékok, Stratégiai játékok, Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok</p>	<p>tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;</li> <li>– megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;</li> <li>– tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;</li> <li>– alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;</li> <li>– megfogalmazza adott állítás megfordítását;</li> <li>– helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.</li> </ul>	

<b>KOMBINATORIKA, GRÁFOK</b>		<b>javasolt óraszám: 4 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel</p> <p>Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban</p> <p>Esetsztékválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában</p> <p>Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában</p>	<p>Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetsztékválasztási elv alkalmazásával</p> <p>Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására</p> <p>Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása</p> <p>Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása</p> <p>Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal</p>	<p>gráf, gráf csúcsa, gráf éle</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;</li> <li>– véges halmazok elemszámát meghatározza;</li> <li>– alkalmazza a logikai szita elvét.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</li> <li>– megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;</li> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;</li> <li>– véges halmazok elemszámát meghatározza;</li> <li>– alkalmazza a logikai szita elvét.</li> <li>–</li> </ul>	

<b>SZÁMHALMAZOK, MŰVELETEK</b>	<b>javasolt óraszám: 0 óra</b>
A 9. évfolyamon szerzett ismeretek folyamatos alkalmazása a különböző témaköröknél	

<b>HATVÁNY, GYÖK</b>		óraszám: 8 óra
Fejlesztési feladatok, ismeretek	javasolt tevékenységek	fogalmak
ismétlés: A négyzetgyök definíciója Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével  A négyzetgyökvonás azonosságainak ismerete és alkalmazása: gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. Számológép használata.	Más tantárgyakkal való kapcsolódási pontok felfedeztetése: pl.: <i>Fizika</i> : fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	négyzetgyökvonás azonosságai
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait</li> </ul>	

<b>BETŰSKIFEJEZÉSEK ALKALMAZÁSA EGYENLETMEGOLDÁS, FÜGGVÉNYÁBRÁZOLÁS SORÁN</b>		óraszám: 2 óra
Fejlesztési feladatok, ismeretek	javasolt tevékenységek	fogalmak
Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel a másodfokú függvényt megadó kifejezés átalakítása	ismétlés: teljes négyzetté alakítás	teljes négyzet, polinom
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;</li> <li>– ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;</li> <li>– átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a megtanult algebrai azonosságokat</li> <li>– tud műveleteket végezni algebrai kifejezésekkel</li> </ul>	



<b>ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS</b>		<b>óraszám: 5 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)</p> <p>Százalékszámítással kapcsolatos másodfokú egyenletre vezethető hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz, megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása</p>	<p>Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével</p> <p>Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével</p> <p><i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.</p> <p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika</p> <p>Pénzügyi számítások</p>	<p>egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb</p>
<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a százalékalap, százaléérték, százalékláb, százalékpont fogalmát</li> </ul>	
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.</li> <li>– ismeri és alkalmazza a százalékszámítást</li> </ul>	

<b>ELSŐFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETRENDSZEREK</b>		<b>óraszám: 4 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Elsőfokú egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása. A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p> <p>Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete</p> <p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös (egyenlő) együtthatók módszerével, grafikusan</p> <p>Elsőfokú egyenletrendszerrel, (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)</p>	<p>Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából</p> <p>Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p> <p>Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p> <p>Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata</p> <p>Digitális eszköz használata egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése</p> <p>Megosztott figyelem fejlesztése: két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára)</p>	<p>együtthatók módszere, behelyettesítés</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;</li> <li>– felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;</li> <li>– egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;</li> <li>– megold elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.</li> </ul>	

<b>MÁSODFOKÚ EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK</b>		<b>óraszám: 16 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása</p> <p>A kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p> <p>Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal</p> <p>Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusán</p> <p>Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása</p> <p>Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusán</p> <p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása</p> $\sqrt{x+c} = ax+b$	<p>Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve</p> <p>Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során</p> <p>Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről</p>	<p>másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás</p>
<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát;</li> <li>– a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;</li> <li>– felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;</li> </ul>	

	– egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	– megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot.

<b>A FÜGGVÉNY FOGALMA, FÜGGVÉNYTULAJDONSÁGOK</b>		<b>óraszám: 5 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Másodfokú függvény megadása – explicit- implicit alak, alapvető függvénytan fogalmak ismerete</p> <p>Másodfokú függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására.</p> <p>A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása</p> <p>Másodfokú függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: <math>f(x) + c</math>, <math>f(x + c)</math>, <math>c \cdot f(x)</math>, <math> f(x) </math></p> <p>Másodfokú függvény zérushelyének kiszámítása.</p> <p>Szélsőértékszámítás másodfokú függvény segítségével.</p>	<p>Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában</p> <p>Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése</p> <p>Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével</p> <p>Szöveges feladatok megoldása grafikus úton</p>	<p>értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;</li> <li>– adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;</li> <li>– adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;</li> <li>– táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;</li> <li>– a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.</li> </ul>	

<b>HÁROMSZÖGEK</b>		<b>óraszám: 5 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög</p> <p>A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása</p> <p>Háromszög területének kiszámítás</p> <p>Másodfokú egyenletre vezethető, háromszögekkel kapcsolatos feladatok.</p>	<p>Gyakorlati jellegű feladatok speciális háromszögekre a másodfokú egyenlet segítségével</p>	<p>szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, magasságvonal, körülírt kör, beírt kör</p>
<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, őrartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;</li> <li>– kiszámítja háromszögek területét.</li> </ul>	
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.</li> </ul>	

NÉGYSZÖGEK, SOKSZÖGEK		óraszám: 6 óra
Fejlesztési feladatok, ismeretek	javasolt tevékenységek	fogalmak
<p>Speciális négyszögekre (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) , illetve konvex sokszögekre vonatkozó, másodfokú egyenletre is vezethető feladatok megoldása. Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása</p> <p>Szabályos sokszög fogalmának ismerete</p> <p>Szabályos sokszög területe átdarabolással</p>	<p>Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással</p>	<p>trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög</p>
<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;</li> <li>– átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.</li> </ul>	
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.</li> <li>– tudja osztályozni a konvex négyszögeket, ismeri azok tulajdonságait</li> </ul>	

<b>KÖR ÉS RÉSZEI</b>		<b>óraszám: 7 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
Kör és részeinek ismerete. Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása	Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása	középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;</li> <li>– Tud számolni középponti szöggel</li> </ul>	

<b>TRANSZFORMÁCIÓK, SZERKESZTÉSEK</b>		<b>óraszám: 18 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)</p> <p>A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságai</p> <p>A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével</p> <p>Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása</p> <p>Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel</p> <p>Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban</p> <p>Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában</p> <p>Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása</p> <p>Négyszögek egybevágósága</p> <p>Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió</p> <p>Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)</p> <p>A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai</p> <p>A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában</p> <p>Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)</p>	<p>Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés</p> <p>A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja</p> <p>M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása</p> <p>A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével</p> <p>A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában</p> <p>Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában</p> <p>Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján</p>	<p>tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya</p>



<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;</li> <li>– ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;</li> <li>– alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában; ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok területének és területének arányára vonatkozó tételeket.</li> </ul>
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismer példákat geometriai transzformációkra;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;</li> <li>– megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel;</li> <li>– geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.</li> </ul>

<b>LEÍRÓ STATISZTIKA</b>		<b>óraszám: 8 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése            Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból            Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel            A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések            Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel            Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása            Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont</p>	<p>Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése            A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában            Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetők-e az ismert középértékekkel            Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért            Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében            Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása</p>	<p>oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz</p>

Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén	éremjegyek és ezek középértékei alapján Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása, valamint ismeretlen gazdasági grafikon elemzése	
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;</li> <li>– hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;</li> <li>– felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	– adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.	

<b>VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS</b>		<b>óraszám: 8 óra</b>
<b>Fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>javasolt tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel	Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása	valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	– konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	– tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel; – véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

### 11-12. ÉVFOLYAM

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskor egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és

valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazzák matematikai tudásukat.

A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszámja 204 óra (3-3 óra). Ez az intézményben 272 óra (4-4 óra) emelkedett. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 38 óra áll rendelkezésre. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

#### A témakörök áttekintő táblázata:

<b>Témakör neve (Javasolt óraszám)</b>	<b>11.</b>	<b>12.</b>
<b>Halmazok, matematikai logika (6)</b>	8	
<b>Kombinatorika, gráfok (10)</b>	8	5
<b>Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése (14)</b>	14	
<b>Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus (12)</b>	18	
<b>Exponenciális folyamatok vizsgálata (12)</b>	12	
<b>Sorozatok (18)</b>		22
<b>Trigonometria (14)</b>	22	
<b>Térgeometria (20)</b>		24
<b>Koordinátageometria (14)</b>	22	
<b>Leíró statisztika (12)</b>	12	
<b>Valószínűség-számítás (16)</b>	10	12
<b>Rendszerező összefoglalás (38)</b>		52
<b>Gyakorlás, számonkérés, ismétlés (11.évf.)</b>	18	13
<b>Összes óraszám:272</b>	144	128

## 11. évfolyam

<b>HALMAZOK, MATEMATIKAI LOGIKA</b>		<b>óraszám: 8 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül Logikai kifejezések megfelelő használata Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása Stratégiai és logikai játékok	A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével Rejtvényűjságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő” Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok	logikai műveletek
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– tud egyszerű állítást indokolni, tételeket bizonyítani</li> <li>– felismeri a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat</li> <li>– alkalmazza stratégiai és logikai játékoknál a logika elemeit</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;</li> <li>– megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;</li> <li>– tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.</li> </ul>	

<b>KOMBINATORIKA, GRÁFOK</b>		<b>óraszám: 8 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása</p> <p>A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában</p>	<p>Anagramma készítése a tanulók neveiből</p> <p>A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása</p> <p>A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével</p> <p>Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése</p> <p>Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátsszása, a tapasztalatok összegyűjtése</p>	<p>permutáció</p> <p>variáció</p> <p>kombináció</p> <p>faktoriális,</p> <p>binomiális</p> <p>együttható; csúcs</p> <p>fokszáma gráfban</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;</li> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.</li> </ul>	

<b>SZÁMELMÉLETI ISMERETEK, SZÁMHALMAZOK FELÉPÍTÉSE</b>		<b>javasolt óraszám: 14 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból</p> <p>Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása</p> <p>Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)</p> <p>Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben</p> <p>Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata</p> <p>A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig</p> <p>Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete</p> <p>Példák irracionális számokra</p> <p>Számhalmazok műveleti zártsága</p>	<p>Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása</p> <p>Számrendszerek segítségével megoldható rejtvenyek</p> <p>Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól</p> <p>Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás</p> <p>Halmazábra elkészítése a számhalmazokról</p>	<p>természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– tudjon oszthatósági feladatokat megoldjon</li> <li>– tudja alkalmazni ismereteit gyakorlati feladatokban</li> <li>– felismeri a számhalmaz felépítésének rendszerét</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;</li> <li>– összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;</li> <li>– meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;</li> <li>– érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;</li> <li>– ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;</li> <li>– ismer példákat irracionális számokra.</li> </ul>	

<b>HATVÁNY, GYÖK, EXPONENCIÁLIS FÜGGVÉNY, LOGARITMUS</b>		<b>óraszám: 14 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása</p> <p>Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén</p> <p>Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén</p> <p>A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén</p> <p>Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai</p> <p>A logaritmus értelmezése</p> <p>Áttérés más alapú logaritmusra</p> <p>Számológép használata</p> <p>logaritmus értékének meghatározásához</p>	<p>A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt</p> <p>Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában</p> <p>Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában</p> <p>Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével</p> <p>10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel</p>	<p>n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus</p>
<p><b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.</li> <li>– ismeri és alkalmazza az exponenciális függvényt és tulajdonságait</li> </ul>	
<p><b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;</li> <li>– képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;</li> <li>– adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.</li> </ul>	



<b>EXPONENCIÁLIS FOLYAMATOK VIZSGÁLATA</b>		<b>óraszám: 16 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban</p> <p>Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése</p> <p>Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése</p> <p>A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása, a kiválasztott modellben a probléma megoldása</p> <p>A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve</p>	<p>Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban</p> <p>Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában</p> <p>Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése</p>	
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít; a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát; a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;</li> <li>– Megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket megoldását behelyettesítéssel, értékészlet-vizsgálattal ellenőrzi.</li> </ul>	

<b>SOROZATOK</b>		<b>óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<b>12. évfolyamos tananyag</b>		

<b>TRIGONOMETRIA</b>		<b>óraszám: 20 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense            Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben            Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense            Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszti összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei            Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével            Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében            Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása            A szinusztétel bizonyítása            Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével            A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva            Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása</p>	<p>Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, építési munka, GPS működése            Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján            Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában</p>	<p>szinusz,            koszinusz,            tangens,            szinusztétel,            koszinusztétel</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri a hegyesszögek, mellékszögek és pótszögek szögfüggvényeit</li> <li>– ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;</li> <li>– ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;</li> <li>– ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;</li> </ul>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;</li> <li>– a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;</li> <li>– kiszámítja háromszögek területét;</li> <li>– ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;</li> <li>– átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.</li> </ul>
--	--

<b>TÉRGEOMETRIA</b>		<b>óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<b>12. évfolyamos tananyag</b>		

<b>KOORDINÁTAGEOMETRIA</b>		<b>óraszám: 22 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása</p> <p>A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása</p> <p>Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában</p> <p>Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben</p> <p>Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben</p> <p>Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján</p> <p>Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái</p> <p>Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján</p> <p>Egyenes egyenlete <math>y = mx + b</math> vagy <math>x = c</math> alakban</p> <p>Egyenes meredekségének fogalma ;normálvektor, irányvektor, egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján</p> <p>Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái</p> <p>A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében</p>	<p>„Torpedójáték” koordináta-rendszerben</p> <p>Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével</p> <p>Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján</p> <p>Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával</p> <p>Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában</p> <p>„Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével</p> <p>„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben</p>	<p>vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete irányvektor normálvektor, meredekség</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot</li> <li>– tudja alkalmazni feladatok megoldásában koordináta-geometriai ismereteket</li> </ul>	

<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>– ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;</li><li>– ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;</li><li>– alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;</li><li>– megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;</li><li>– koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;</li><li>– koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;</li><li>– ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;</li><li>– egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;</li><li>– kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;</li><li>– megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;</li><li>– felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.</li><li>–</li></ul>
---	---

<b>LEÍRÓ STATISZTIKA</b>		<b>óraszám: 12 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése</p>	<p>Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között A Simpson-paradoxon bemutatása példákon Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése</p>	<p>reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési- oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– a tanuló megbízható forrásból tudjon adatokat nyerni</li> <li>– a tanuló képes legyen kritikusan értelmezni a statisztikai adatokat;</li> <li>– tudjon adatokat rendezni, ábrázolni és különböző mutatókat kiszámolni</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;</li> <li>– hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;</li> <li>– felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.</li> </ul>	

<b>VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS</b>		<b>óraszám: 10 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre</p> <p>Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására</p> <p>Példák ismerete független és nem független eseményekre</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása</p>	<p>Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában</p> <p>Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában</p> <p>esélyelemzése fagráf segítségével</p> <p>Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása</p>	<p>események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események,</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– tud megoldani gyakorlati jellegű feladatokat</li> <li>– tud valószínűséget kiszámítani a tanult modellek alapján</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;</li> <li>– ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;</li> <li>– meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.</li> </ul>	

<b>RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS</b>		<b>óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<i>12. évfolyamos tananyag</i>		

## 12. évfolyam

<b>HALMAZOK, MATEMATIKAI LOGIKA</b>		<b>óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<i>11. évfolyamos tananyag</i>		

<b>KOMBINATORIKA, GRÁFOK</b>		<b>óraszám: 5 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
Kombinatorikai ismeretek ismételése Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül	Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése	mintavétel
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;</li> <li>– a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;</li> <li>– a kiválasztott modellben megoldja a problémát.</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– megold mintavételi feladatokat;</li> <li>– konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.</li> </ul>	

<b>SZÁMELMÉLETI ISMERETEK, SZÁMHALMAZOK FELÉPÍTÉSE</b>		<b>javasolt óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<i>11. évfolyamos tananyag</i>		

<b>HATVÁNY, GYÖK, EXPONENCIÁLIS FÜGGVÉNY, LOGARITMUS</b>		<b>óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<i>11. évfolyamos tananyag</i>		

<b>EXPONENCIÁLIS FOLYAMATOK VIZSGÁLATA</b>		<b>óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<i>11. évfolyamos tananyag</i>		



<b>SOROZATOK</b>		<b>óraszám: 22 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>A számsorozat fogalmának ismerete</p> <p>Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval</p> <p>Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint</p> <p>Számtani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</p> <p>Mértani sorozat, az n-edik tag, az első n tag összege</p> <p>A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása</p> <p>Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában</p> <p>Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása</p> <p>Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása</p> <p>Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása</p>	<p>Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat</p> <p>Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével</p> <p>A sakkjárára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása</p> <p>Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása</p> <p>csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével</p>	<p>számsorozat, számtani sorozat mértani sorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet</p>
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a számtani és mértani sorozat fogalmát</li> <li>– tudjon pénzügyi számításokat végezni</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;</li> <li>– a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;</li> <li>– a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;</li> <li>– mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.</li> </ul>	

<b>TRIGONOMETRIA</b>		<b>óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<i>11. évfolyamos tananyag</i>		

<b>TÉRGEOMETRIA</b>		<b>óraszám: 24 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<p>Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban</p> <p>A terület, térfogat, úrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete</p> <p>Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete</p> <p>Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben</p> <p>A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban</p> <p>A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben</p> <p>A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással</p> <p>Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása</p> <p>A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</p> <p>A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása</p>	<p>Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel</p> <p>Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén</p> <p>Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel</p> <p>A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal</p> <p>Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai</p>	<p>kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test háló</p>

<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.</li> <li>– tudja alkalmazni síkgeometriai ismereteit téreometriai feladatoknál</li> <li>– tudjon gyakorlati jellegű feladatokat megoldani</li> </ul>
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;</li> <li>– ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;</li> <li>– ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;</li> <li>– sík- és téreometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;</li> <li>– lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;</li> <li>– kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.</li> </ul>

<b>KOORDINÁTAGEOMETRIA</b>		<b>óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<i>11. évfolyamos tananyag</i>		

<b>LEÍRÓ STATISZTIKA</b>		<b>óraszám: 0 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<i>11. évfolyamos tananyag</i>		

<b>VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS</b>		<b>óraszám: 12 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)	Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése	geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– tud megoldani gyakorlati jellegű feladatokat</li> <li>– tud valószínűséget kiszámítani a tanult moedellek alapján</li> </ul>	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;</li> <li>– ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;</li> <li>– ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;</li> <li>– meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.</li> </ul>	

<b>RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS</b>		<b>óraszám: 52 óra</b>
<b>fejlesztési feladatok, ismeretek</b>	<b>tevékenységek</b>	<b>fogalmak</b>
<i>érettségire történő felkészítés</i>		
<b>A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:</b>	– képes legyen sikeres érettségi vizsgát tenni	
<b>A témakör tanulása eredményeként a tanuló:</b>	–	